

**Introducción**

La robótica se ha integrado en nuestra sociedad de manera paulatina a través de la creación de sistemas autónomos para simplificar tareas cotidianas y procesos complejos que pueden ser riesgosos para los seres humanos. Los sistemas robóticos pueden realizar sus actividades por periodos prolongados y con mayor precisión, a diferencia de los humanos que realizan trabajos con menor precisión conforme el tiempo se extiende. La navegación autónoma de robots es uno de los problemas más estudiados en el área de la robótica, esta consiste en que un robot pueda moverse entre dos configuraciones mediante el seguimiento de alguna trayectoria donde puede requerirse la aplicación de diversas técnicas para ejecutar la evasión de obstáculos presentes en dicha trayectoria. El presente trabajo, aborda el problema de navegación autónoma de robots móviles con ruedas, específicamente, el robot de manejo diferencial (DDR). El modelo matemático del DDR es no lineal lo cual, requiere de estrategias de control automático adecuadas para un buen desempeño en la navegación autónoma. Las variables del modelo matemático del DDR son la posición del robot expresado en un marco de referencia cartesiano global, su orientación, su velocidad lineal y su velocidad angular.

Se propone resolver el problema de navegación de DDR para seguir una trayectoria de referencia mediante el uso de control predictivo no lineal basado en modelo (NMPC). En este proyecto, se realizarán experimentos en un simulador y, posteriormente, el control se implementa en un robot real para verificar el desempeño en la navegación. En una primera fase, se realizará la navegación libre de obstáculos y, en una segunda fase, se usará un obstáculo estático para que el robot lleve a cabo la navegación detectando y evadiendo dicho obstáculo. Sólo se usará información métrica del entorno en este proyecto. En paralelo, se estará trabajando en la propuesta de un modelo matemático para agregar técnicas de visión por computadora a la navegación autónoma.

**Metodología**

El modelo cinemático del DDR se basan en las siguientes suposiciones: El robot se considera como un cuerpo rígido. Las ruedas son independientes y sólo pueden ir hacia adelante o hacia atrás. El robot se mueve sobre un plano. No hay deslizamiento entre la rueda y la superficie de contacto.

El modelo cinemático del DDR, mostrado en la Figura, está dado por la Ecuación 1:

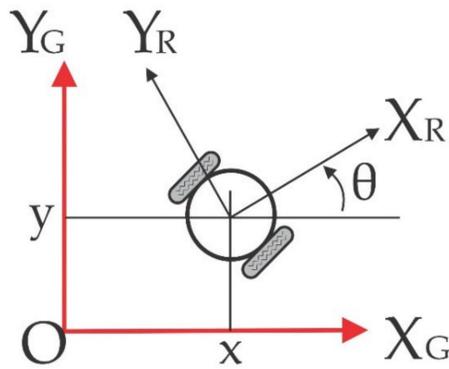
$$\Sigma = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

o, en forma vectorial descrita por la Ecuación 2 y la Ecuación 3, la Ecuación 1 se escribe como:

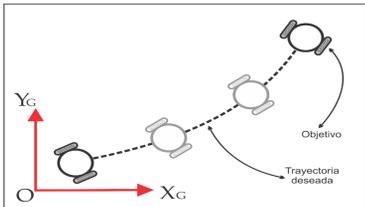
$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2)$$

$$y = Cx \quad (3)$$

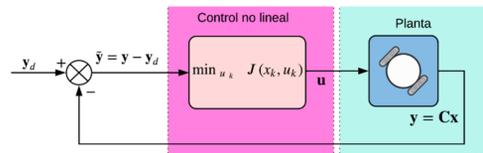
donde el  $x \stackrel{def}{=} (x \ y \ \theta)^T$  es el vector de estado que describe la posición y orientación del centro del eje de las ruedas con respecto del marco de referencia  $\{0\}$ .  $u \stackrel{def}{=} (v \ \omega)^T$  es la entrada de control, donde  $v$  es la velocidad lineal y  $\omega$  es la velocidad angular. El modelo del DDR es una ecuación diferencial no lineal con salidas dadas por  $y = Cx$ , donde  $C$  es una matriz identidad de orden 3.



**Problema.** Considere el sistema descrito por la figura con  $\Sigma$ . La posición  $(x, y)$ , orientación  $(\theta)$ , velocidad lineal  $(v)$  y angular  $(\omega)$  están disponibles mediante las mediciones de sensores. El problema consiste en encontrar una ley de control que lleve el estado  $y$  a una trayectoria deseada  $y_d$ .



**Control.** Se requiere estabilizar  $\Sigma$  (Planta) encontrando un control  $u$  tal que  $y \rightarrow y_d$ . Un esquema del enfoque de control propuesto se muestra en la figura:



El NMPC usa un modelo matemático del sistema a controlar para predecir controles en una ventana de tiempo llamada horizonte. Consiste en minimizar, en un tiempo de muestreo  $k$ , una función de costo adecuada con respecto de un vector  $z_k = (z_k, z_{k+1}, \dots, z_{k+n_u-1})^T$ , donde  $n_u \geq 1$  es el horizonte de control. La entrada de control se divide en dos:  $v_k = (v_k, v_{k+1}, \dots, v_{k+n_u-1})^T$  y  $\omega_k = (\omega_k, \omega_{k+1}, \dots, \omega_{k+n_u-1})^T$  para que  $u_k = (v_k^T \ \omega_k^T)^T$ . El problema de optimización usado en el NMPC se resuelve mediante un método de programación cuadrática secuencial (SQP). La función de costo  $J(x_k, v_k, \omega_k)$  a minimizar con respecto de  $u_k = (v_k^T \ \omega_k^T)^T$  está dada por:

$$J = \sum_{i=0}^{n_u} \|v_{(k+1)+i}\|_{Q_v}^2 + \sum_{i=0}^{n_u} \|\omega_{(k+1)+i}\|_{Q_\omega}^2 + \sum_{i=1}^{n_y} \|x_{k+i} - x_{k+i}^d\|_{R_x}^2 + \sum_{i=1}^{n_y} \|y_{k+i} - y_{k+i}^d\|_{R_y}^2 + \sum_{i=1}^{n_y} \|\theta_{k+i} - \theta_{k+i}^d\|_{R_\theta}^2,$$

sujeto a  $x_{k+1} = f(x_k, v_k, \omega_k)$ ,  
 $-x_k \sin \theta_k + y_k \cos \theta_k = 0$ ,  
 $\bar{v}_{min} < v_k < \bar{v}_{max}$  y  $\bar{\omega}_{min} < \omega_k < \bar{\omega}_{max}$

donde  $n_y \geq 1$  es el horizonte de predicción;  $x_{k+i}, y_{k+i}$  y  $\theta_{k+i}$  son las salidas;  $v_{(k+1)+i}$  y  $\omega_{(k+1)+i}$  son las entradas predichas;  $x_{k+i}^d, y_{k+i}^d$  y  $\theta_{k+i}^d$  denotan las  $i$ -ésimas salidas de referencia.

**Conclusiones**

- Se presentó una implementación en simulación de navegación autónoma para un DDR usando NMPC.
- A pesar del aumento de complejidad, los experimentos realizados muestran un nivel de precisión realista al comparar la ruta real con la ruta deseada.
- El trabajo implementado en Python facilita la modificación de condiciones iniciales y permite observar claramente la velocidad del robot durante su camino hacia el objetivo.

Como trabajo futuro:

- Continuar con la implementación para seguir trayectorias más complejas.
- Implementar algoritmos de navegación en un simulador dinámico (Gazebo) para, posteriormente, probarlos en un robot real.
- Modificar función objetivo para realizar evasión de obstáculos en su trayectoria.
- Añadir una cámara en el robot para usar información visual en la función objetivo.

**Agradecimientos**

A la Universidad Iberoamericana León el apoyo del presente proyecto que, mediante el Departamento de Investigación y Posgrado, para participar en la convocatoria de investigación 2023 por el cual, se podrá adquirir un robot de manejo diferencial para poder implementar los algoritmos desarrollados.

Se agradece al Departamento de Ingenierías por apoyar en la propuesta y puesta en marcha de este proyecto de investigación.

\*Departamento de Ingenierías, contacto: [noe.aldana@iberoleon.mx](mailto:noe.aldana@iberoleon.mx)

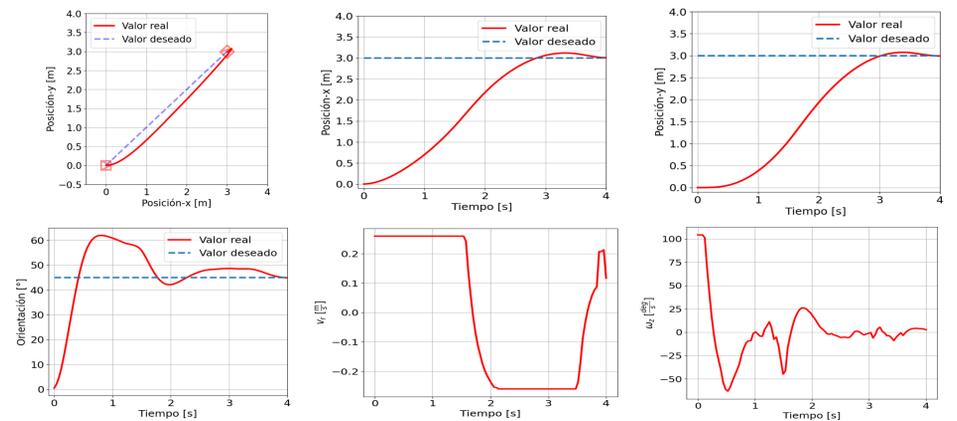
**Resultados**

En todos los experimentos:

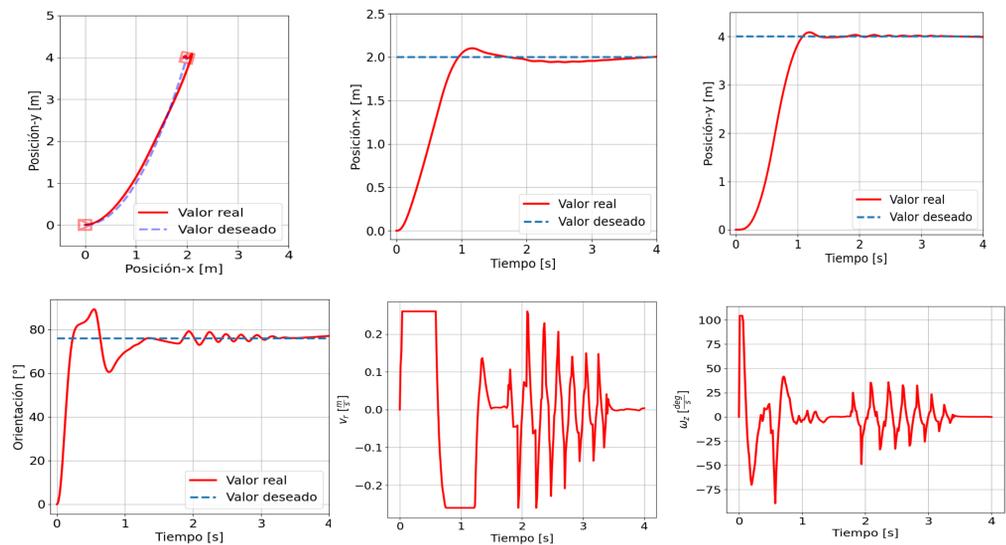
- Horizonte de predicción del NMPC  $n_y = 15$ ,
- Horizonte de control  $n_u = 2$ .
- Configuración inicial  $q_0 = (0m, 0m, 0^\circ)$ .

Velocidad	Valor	Matriz de peso	Valor
$\bar{v}_{min}$	$-0.26 \frac{m}{s}$	$Q_v$	$diag(0.001, 0.001)$
$\bar{v}_{max}$	$0.26 \frac{m}{s}$	$Q_\omega$	$diag(0.005, 0.005)$
$\bar{\omega}_{min}$	$-104.2 \frac{deg}{s}$	$R_x$	$diag(13.15, \dots, 13.15)$
$\bar{\omega}_{max}$	$104.2 \frac{deg}{s}$	$R_y$	$diag(14.95, \dots, 14.95)$
		$R_\theta$	$diag(9.95, \dots, 9.95)$

Simulación para llevar el robot de  $q_0 = (0m, 0m, 0^\circ)$  a  $q_d = (3m, 3m, 45^\circ)$ .



Simulación para llevar el robot de  $q_0 = (0m, 0m, 0^\circ)$  a  $q_d = (2m, 4m, 76^\circ)$  siguiendo  $y = x^2$



**Bibliografía**

Hedjar R. (2022). Approximate Quadratic Programming Algorithm for Nonlinear Model Predictive Tracking Control of a Wheeled Mobile Robot. IEEE Access, vol. 10, pp. 65067-65079.

Sani M., Robu B. and Hably A.. (2021). Dynamic Obstacles Avoidance Using Nonlinear Model Predictive Control. 47th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pp. 1-6.

Aldana N.G, Gutiérrez A., Martínez E.D., Zamarripa J.C.I. (2022). Control Predictivo no Lineal Basado en Modelo para Navegación de un Robot de Manejo Diferencial. Congreso Internacional de Investigación e Innovación Multidisciplinario. Pp. 3965-3979.

García C.A., Moreno D., Ramírez C. Aldana N.G. (2022). Navegación Autónoma de un Robot Móvil Mediante Control Predictivo Basado en Modelo. Diseño y Planeación Mecatrónica, pp. 39 - 50.